

Adatbank önellenőrzéshez

(1) Egy gazdálkodónak el kell döntenie, az adott évben hány hektár árpát és hány hektár kukoricát ültessen. Egy hektár hozama árpa ültetése esetén 25 mázsa, munkaigénye pedig hetente 10 óra. Egy hektár hozama kukorica ültetése esetén 10 mázsa, munkaigénye pedig hetente 4 óra. Az árpa mázsánként 4 euróért adható el, a kukorica eladási ára mázsánként 3 euró. A gazdálkodónak hét hektár földje van és heti 40 óra munkát tud összesen a földekre fordítani. A szövetkezeti előírás értelmében az adott évben legalább 30 mázsa kukoricát kell termelnie.

a) Adjuk meg a feladat matematikai modelljét, ha a gazdálkodó célja az ültetésből származó teljes jövedelmének maximalizálása! Válasszuk az x_1 döntési változónak azt, hogy hány hektár árpát, x_2 változónak pedig azt, hogy hány hektár kukoricát ültet a gazdálkodó!

b) Lehetséges megoldások-e az alábbiak?

- a gazdálkodó 3 hektár árpát és 2 hektár kukoricát ültet;
- 2 hektár árpát és 3 hektár kukoricát ültet;
- 3 hektár árpát és 4 hektár kukoricát ültet.

Adjunk meg néhány lehetséges megoldást!

(2) Módosítsuk az előző feladat modelljét, a döntési változókat értelmezzük olyan módon, hogy x_1 az árpából termelt mennyiséget, x_2 pedig a kukoricából termelt mennyiséget jelölje mázsában! Hogyan kell ekkor átírunk a lineáris programozási modellt?

(3) Kétféle süteményt sütünk, csokoládésat és gesztenyekrémeset. Egy csokoládés süteményt 1 euróért tudunk eladni, és a készítéséhez 4 darab tojást és 12 dkg lisztet kell felhasználnunk. Egy gesztenyes sütemény 70 centért adható el, a készítéséhez 1 darab tojást és 15 dkg lisztet használunk fel. Összesen 30 tojás és 3 kg liszt áll rendelkezésünkre a sütéshez. Írjuk fel a feladat matematikai modelljét, ha célunk, hogy a sütemények eladásából származó bevételt maximalizáljuk!

(4) Egy bútorigipari gyárban asztalokat, székeket és könyvespolcokat gyártanak. A faanyagok leosztására használt gépek napi összkapacitása 100 munkaóra, egy asztal, szék illetve polc leosztása 0.8, 0.4 illetve 0.3 óra. A termékek festési ideje 5, 3 illetve 2 munkaóra, a festésre használt gépek összkapacitása napi 650 munkaóra. Az elkészült termékeket egy 150 m²-es raktárban tárolják, melyből minden nap a gyártás előtt elszállítják a bútorokat. Tehát minden nap csak annyi termék gyártható, amennyi a raktárban elfér, mert a raktáron kívül nem tárolhatják a kész termékeket. A termékek fajlagos helyigénye rendre 1, 0.5 és 1.125 m². Az asztalok 300, a székek 160, a polcok 250 pénzegység nyereséget hoznak darabonként. Írjuk fel a feladat matematikai modelljét, ha célunk a maximális nyereség elérése!

- (5) Egy gyárban terepjárókat, mikrobuszokat és teherautókat gyártanak. Egy terepjáró gyártásához 1.5 tonna acél és 30 munkaóra, egy mikrobusz gyártásához 3 tonna acél és 25 munkaóra, egy teherautó gyártásához pedig 5 tonna acél és 40 munkaóra szükséges. Jelenleg 6 000 tonna acél és 60 000 munkaóra áll rendelkezésre. Egy terepjárón a nyereség 200 €, egy mikrobuszon 300 €, egy teherautón 400 €. Írjuk fel a feladat matematikai modelljét, ha a nyereség maximalizálása a célunk!
- (6) Az étrendem összeállításához jelenleg a következő négyféle étel áll rendelkezésemre: csokis sütemény, csokifagylalt, kóla és túrótorta. A csokis sütemény darabja 50 cent, a csokifagylaltból egy gombóc 20 cent, egy üveg kóla 30 cent és minden szelet túrótorta 80 cent. Minden nap el kell fogyasztanom legalább 500 kalóriát, 6 deka csokoládét, 10 deka cukrot és 8 deka zsiradékot. Az élelmiszerek fajtánként tápértékét a következő táblázat mutatja:

	Kalória	Csokoládé (dkg)	Cukor (dkg)	Zsiradék (dkg)
Csokis sütemény	400	3	2	2
Csokifagylalt (1 gombóc)	200	2	2	4
Kóla (1 üveg)	150	0	4	1
Túrótorta (1 szelet)	500	0	4	5

Adjuk meg a modellt, mellyel minimális költséggel teljesíthetők a napi tápértékszükségletek!

- (7) Háromféle terméket állítanak elő három erőforrás felhasználásával. Az erőforrások felhasználását az egyes termékekben az alábbi technológiai mátrix adja meg (ahol a sorok az erőforrásoknak, az oszlopok a termékeknek felelnek meg):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A rendelkezésre álló erőforrásokból rendre legfeljebb 30, 20 illetve 35 egységet használhatunk fel a gyártás során. A kész termékek ára rendre 2, 1 illetve 4 pénzegység. Írjuk fel a matematikai modellt, ha a bevétel maximalizálása a cél!

- (8) Egy üzemben négyféle terméket állítanak elő három erőforrás felhasználásával. Az erőforrások felhasználását az egyes termékekben az alábbi technológiai mátrix adja meg:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

A rendelkezésre álló erőforrásokból rendre legfeljebb 10, 20 illetve 30 egységet használhatunk fel a gyártás során. A kész termékek árai rendre 20, 50, 40 illetve 10 pénzegység. Írjuk fel a matematikai modellt, ha a bevétel maximalizálása a cél! Egészítsük ki a feladat modelljét

a következőkkel: az első termékből legalább 3 egységgel többet kell gyártanunk, mint a negyedikből, továbbá a harmadik termékből pontosan annyit kell gyártanunk, mint a másodikból és a negyedikből összesen!

- (9) Egy üzemben négyféle terméket állítanak elő három erőforrás felhasználásával. Az erőforrások felhasználását az egyes termékekben az alábbi technológiai mátrix adja meg (ahol a sorok az erőforrásoknak, az oszlopok a termékeknek felelnek meg):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Az első és a második kapacitásra vonatkozó felső korlát 90 illetve 80 egység, a harmadik erőforrásból viszont legalább 50 egységet fel kell használnunk. Feltétel továbbá, hogy a második termékből pontosan 5 egységgel több kell, mint a negyedikből. A kész termékek árai rendre 2, 3, 1, 2 pénzegység. Adjuk meg a matematikai modellt, ha a bevétel maximalizálása a cél! Az első termék esetén egységenként 1, a harmadik termék esetén egységenként 2 pénzegység költség merül fel a gyártás során, valamint 300 pénzegység fix költség is. Írjunk fel egy olyan új célfüggvényt, mellyel a költségre eső optimumot kereshetjük!

- (10) Asztalokat és székeket gyártunk. Minden asztalnak és széknek vagy teljes egészében tölgyből, vagy teljes egészében fenyőből kell készülnie. Tölgyből 150 lap, fenyőből 210 lap áll rendelkezésünkre. Egy asztalhoz 17 lap tölgy vagy 30 lap fenyő felhasználása szükséges, egy székhez pedig 5 lap tölgy vagy 13 lap fenyő. Az asztalt 40 euróért, a széket 15 euróért értékesíthetjük darabonként. Írjunk fel egy matematikai modellt, mellyel maximalizálni tudjuk a bevételünket!
- (11) Egy bányásznak legalább 12 kg aranyat és legalább 18 kg ezüstöt kell találnia minden hónapban ahhoz, hogy ezeket eladva az adott hónapban meg tudjon élni. Két kis bányája van. Ha egész nap az első bányában dolgozik, akkor 2 kg aranyat és 2 kg ezüstöt tud kitermelni. Ha egész nap a második bányában dolgozik, akkor 1 kg aranyat és 3 kg ezüstöt tud kitermelni. Írjunk fel egy lineáris programozási modellt, mellyel a bányász teljesíteni tudja a követelményeket, és a lehető legkevesebb időt tölti munkával!
- (12) Négy konkrét befektetési lehetőséget vizsgálunk. A befektetések hozamának nettó jelenértéke rendre 5 000, 8 000, 6 000 és 7 000 euró. Az egyes befektetések jelenbeni készpénzigénye rendre 3 000, 5 000, 4 000 és 6 000 euró. Jelen pillanatban 11 000 euró készpénz a befektethető összeg, a befektetésekből törtrészt nem vásárolhatunk. Írjuk fel a probléma matematikai modelljét, ha célunk, hogy maximalizáljuk a befektetések összhozamának nettó jelenértékét!

- (13) Négy konkrét befektetési lehetőséget vizsgálunk. A befektetések hozamának nettó jelenértéke rendre 5 000, 8 000, 3 000 és 7 000 euró. Az egyes befektetések jelenbeni készpénzigénye rendre 3 000, 5 000, 2 000 és 4 000 euró. Jelen pillanatban 6 000 euró készpénz a befektethető összeg, a befektetésekből törtrészt nem vásárolhatunk. Írjuk fel a probléma matematikai modelljét, ha célunk, hogy maximalizáljuk a befektetések összhozamának nettó jelenértékét!
- (14) Egy bank igazgatósága azt akarja eldönteni, hogy hová fektesse be a bank pénzét. Jelenleg 500 000 euró sorsáról kell dönteniük. A pénzt kötvényekbe, lakáskölcsönökbe, árukölcsönökbe és személyi kölcsönökbe fektethetik. Az éves hozam kötvényekre 10 %, lakáskölcsönökre 12 %, árukölcsönökre 10 % és személyi kölcsönökre 8 %. Kockázati szempontokat figyelembe véve a bank vezetése úgy dönt, hogy a személyi kölcsönökbe fektetett összeg nem lehet több, mint a kötvényekbe fektetett összeg, és a lakáskölcsönökbe fektetett összeg nem lehet több, mint az árukölcsönökbe fektetett összeg. Továbbá úgy döntenek, hogy személyi kölcsönökbe legfeljebb a teljes összeg ötödét fogják fektetni. Írjuk fel a matematikai modellt, ha a bank vezetésének célja, hogy maximalizálja portfóliójának évi profitját!
- (15) Tízezer eurót szeretnénk befektetni. A következő három évre az alábbi lehetőségekből választhatunk:
- Az 1. befektetés esetén minden most elhelyezett euró egy év múlva 0.1, három év múlva 1.4 euró hasznot hoz.
 - A 2. befektetés esetén minden most elhelyezett euró egy év múlva 0.2, két év múlva 1.2 euró hasznot hoz.
 - A 3. befektetés esetén minden egy év múlva elhelyezett euró három év múlva 1.5 euró hasznot hoz.
- Mindegyik befektetési formába legfeljebb 5 000 eurót helyezhetünk. Ha bármelyik évben marad nem befektetett pénzünk, akkor ezt az összeget leköthetjük, ami évi 6 %-os hozamot garantál. Írjunk fel egy olyan matematikai modellt, melynek segítségével maximalizálhatjuk a három év múlva rendelkezésre álló pénzünket!